

استاد مقدم

دیر

ریاضی جامع

مبحث

آمار

ساختن هرکزی :
میزان گرایی به مرکز

میانگین : $\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{\text{جمع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$

میانگین : داده‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. داده‌ای که وسط قرار می‌گیرد.
نکته : اگر تعداد داده‌ها زوج باشد ۲ داده وسط قرار می‌گیرد که میانگین این دو داده میانگین است.
هوا : داده‌ای که بیشترین تکرار را دارد. « مود مدیا لیتیت »

ساختن پراکندگی :
میزان دوری یا نزدیکی از مرکز

واریانس : $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$

ابتدا میانگین را حساب می‌کنیم. از تمام داده‌ها میانگین را کم می‌کنیم. به توان ۲ می‌رسانیم. هر را با هم جمع می‌کنیم و بر تعداد تقسیم می‌کنیم.
$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

انحراف از مدیا : σ

جذر میانگین واریانس

نکته : ضریب تغییرات : $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$
هر چه ضریب تغییرات کمتر باشد پراکندگی کمتر است

دامنه تغییرات : R

کوچکترین داده - بزرگترین داده : $R = \max - \min$

مثال $\hookrightarrow$ میانگین - میان - مد - واریانس - اختلاف معیار - دامنه تغییرات - ضریب تغییرات داده‌های زیر را به دست آورید:

۳، ۵، ۵، ۵، ۲، ۳، ۲، ۵، ۶

$$\sigma^2 \Rightarrow \sigma = \frac{(3-4)^2 + (5-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (2-4)^2 + (5-4)^2}{9}$$

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{3+5+5+7+4}{9} = \frac{34}{9} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{1+4+4+1+4+4}{9} = \frac{18}{9} = 2 \quad \text{واریانس}$$

$$\sigma = \sqrt{2} \quad \text{اختلاف معیار}$$

میان $\Rightarrow$ ۲، ۲، ۳، ۳، ۵، ۵، ۵، ۵، ۶

تعداد افراد ۹
تعداد افراد ۹

میان

$$\text{دامنه تغییرات} = R = \max - \min = 6 - 2 = 4$$

$$\sigma \Rightarrow 1.41$$

$$\text{ضریب تغییرات} \Rightarrow \frac{\text{اختلاف معیار}}{\text{میانگین}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

داده‌ای که تعداد از آن بیشتر $\rightarrow$

خلف فقر ← حوالہ درآمدی کہ براہ زندگی تک بقدر ماہ مورد نیاز است۔ برائے اسلام ۵۰ سالگی شود

مسئلہ: ﴿باتوہ، عبدل زہرفا فقر پر اساس میانہ راہست آمدی﴾

~~۲۴, ۲۴, ۲۴, ۲۴, ۲۴, ۱۸, ۶, ۶, ۶, ۶, ۶, ۱۲, ۱۲.~~

سوال → ۲۴، ۲۴، ۲۴، ۲۴، ۲۴، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۲، ۱۲، ۱۸..

$$\frac{\omega + \omega}{2} = \omega \quad \text{सिद्ध}$$

$$\text{مليون} = \frac{50}{2} = 25$$

درآمد ماهانه هلیون	تعداد اعضای خانواده
۱۲۰	۵
۱۸۰	۱
۲۵۰	۴
۲۲۰	۲

۵ فقرہ زبردستی فقر

$$\gamma_E = \frac{120}{\omega}$$
$$\lambda \cdot z$$

١٠.

15.

سوال للامتحان
سوال قصيد

نسبة المبيعات إلى الأصول = $\frac{\text{مبيعات}}{\text{أصول}} \times 100$

تورم ← تیسرے طبقے کا کام ہونے کا زمان

مثال: اگر قیمت مسکن در سال ۱۴۰۰ برابر ۱۰۰ و در سال ۱۴۰۳ برابر ۱۱۰ باشد، مقدار تغییرات مسکن از سال ۱۴۰۰ تا ۱۴۰۳ محاسبه است.

$$|\overline{\text{Ker}}\rangle = \frac{110 - 100}{100} \times 100 = 10\%$$

تم الاجاب

ساحور القز

5/8/20

در مدرج بیکار $\Leftarrow$ نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال (جمعیت افراد بالای ۱۶ سال)

$$\text{مدرج بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

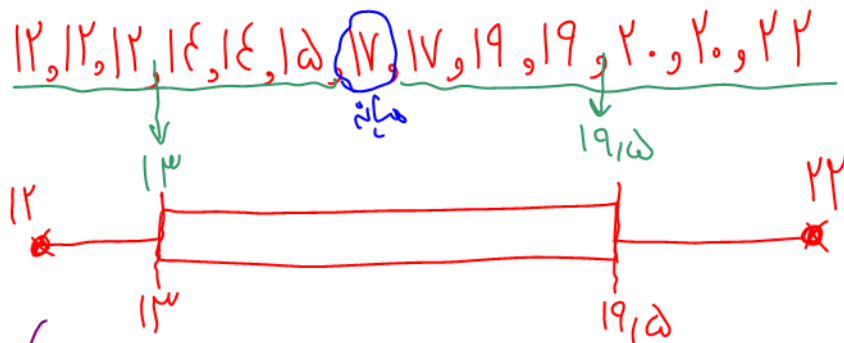
مثال: اگر آسوری از ۲ میلیون نفر بالای ۱۶ سال ۴ میلیون شاغل مستند بزرگ بیکاری؟

جمعیت بیکار: ۶ میلیون نفر

$$= \frac{6}{2} \times 100 = 300\%$$

مدرج بیکاری = $\frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$

~~۱۱~~, ~~۱۴~~, ~~۱۴~~, ~~۱۷~~, ~~۱۲~~, ~~۱۲~~, ~~۱۹~~, ~~۱۵~~, ~~۱۷~~, ~~۲۰~~, ~~۲۲~~, ~~۱۹~~, ~~۲۰~~



انحراف جبهه ای $\Leftarrow$ جبهه وسیع:

داده‌ها را مرتب کرده و میانه را تعیین می‌کنیم. Q_2

برای داده‌های کوچکتر از میانه نیز میانه را تعیین می‌کنیم. Q_1

برای داده‌های بزرگتر از میانه نیز میانه را تعیین می‌کنیم. Q_3

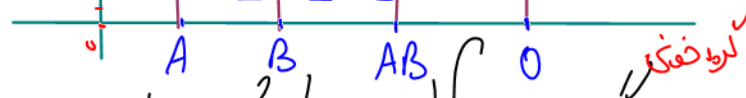
انحراف جبهه ای را رسم می‌کنیم.

در اینجا $\Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 19.5 - 13 = 6.5$

نمودار دایره‌ای:

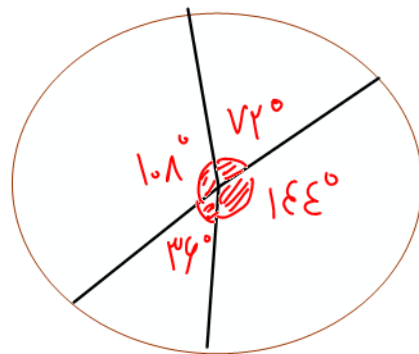
فواصل

مدای



مثال: گروه خونی داریم و آن‌ها را به سه گروه تقسیم می‌کنیم. نمودار دایره‌ای را رسم کنید.

جمع زوایا = 360°

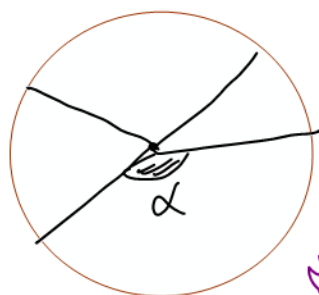


$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$$

فردانی مردانه

تعداد افراد

زاویه مرکزی مربوط به فردانی



گروه خونی	فردانی f_i
A	4 $\rightarrow \frac{4}{20} \times 360^\circ = 72^\circ$
B	3 $\rightarrow \frac{3}{20} \times 360^\circ = 108^\circ$
AB	1 $\rightarrow \frac{1}{20} \times 360^\circ = 36^\circ$
O	8 $\rightarrow \frac{8}{20} \times 360^\circ = 144^\circ$

گزاره ها: در منطق ریاضی هر جمله خبری (در حال یا آینده) که یکی از لوازش درست یا نادرست باشد گزاره است. T = درست است F = نادرست است

با حرفهای P, Q, R, S ...

جدول ارزشگذاری گزاره ها: اگر گزاره نادرست باشد $\rightarrow$ ۰، اگر درست باشد ۱

ارزش ترکیب عطفی $\leftarrow$ همتای درست است که هر دو درست باشد

P	Q	$P \wedge Q$
۱	۱	۱
۱	۰	۰
۰	۱	۰
۰	۰	۰

P	Q
۱	۱
۱	۰
۰	۱
۰	۰

خواص و ثبات ترکیب عطفی و فصلی

ترکیب فصلی: $\vee$ وقتی نادرست است که هر دو نادرست باشد

P	Q	$P \vee Q$
۱	۱	۱
۱	۰	۱
۰	۱	۱
۰	۰	۰

ترکیب عطفی	ترکیب فصلی
$P \wedge P \equiv P$	$P \vee P \equiv P$
$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	$P \vee Q \equiv Q \vee P$
$P \wedge T \equiv P$	$P \vee T \equiv T$
$P \wedge F \equiv F$	$P \vee F \equiv P$
$P \wedge (\neg P) \equiv F$	$P \vee (\neg P) \equiv T$

خواص و نتایج منطقی و عقلی: ۱=

عقلی $x \leftarrow \neg$ اثر $\neg$
 منطقی $\vee \leftarrow +$ اجتماع
 لقیه $\leftarrow$ مستقیم

ترکیب عقلی	ترکیب منطقی
$p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$	$p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$
$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$	$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$
$p \wedge (p \vee q) = p$	$p \vee (p \wedge q) = p$

ترکیب شرطی:

اثر $p \rightarrow q$

مشتق می دهد

شرط کافی است برای q

مقدم $p \Rightarrow q$ نتایج

زمانی داریم است که از نتایج گزاره ها است نتیجه داریم است بگیریم.

زمانی داریم است که p درست می گویند و q درست باشد.

اگر p نادرست باشد گزاره شرطی درست است. به نفع انتهای مقدم است.

p	q	$p \Rightarrow q$
$\vee$	$\vee$	$\vee$
$\vee$	$\neg$	$\neg$
$\neg$	$\vee$	$\vee$
$\neg$	$\neg$	$\vee$

درون یابی: معادله خط

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

نقطه مشخص در خط
 نقطه مشخص در خط
 کتبه خط
 نقطه مشخص در خط
 جواب ما

درون یابی: معادله خط
 نقطه مشخص در خط
 نقطه مشخص در خط

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

نقطه مشخص در خط
 نقطه مشخص در خط
 کتبه خط
 نقطه مشخص در خط
 جواب ما

مثال: جدول زیر تعداد مشتری های فروشنده های را به دست می دهد.

$$\frac{1+1+1+1+1+1}{6} = 1.5$$

ساعت t	1	10	12	14	17 عصر
تعداد مراجعان	5	25	49	37	

الف) تعداد مراجعین در ساعت 11 صبح
 ب) 17 عصر
 درون یابی
 برون یابی

$$m = \frac{49 - 25}{12 - 10} = \frac{24}{2} = 12$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow \text{درون یابی}$$

$$y - 25 = 12(1) \rightarrow y - 25 = 12 \rightarrow y = 25 + 12 = 37$$

$$m = \frac{50 - 5}{15 - 1} = \frac{45}{14} = \dots$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

1	4	4	2	زمان t	$\frac{1+4+4+2}{4} = 5$
7	5	2	3	مقدار y	$\frac{7+5+2+3}{4} = 4$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 5}{4 - 2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y - 5 = 1(4) \rightarrow y - 5 = 1 \rightarrow y = 6$$

مسأل: با توجه به جدول زیر
الف) مقدار را در زمان ۱ محاسبه کنید. (روشن بمانی؟)

ب) مقدار را در زمان ۱۰ محاسبه کنید.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$m = \frac{5 - 3}{4 - 2} = \frac{1}{2}$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}(4)$$

$$y - 3 = \frac{1}{2} \times 4 \Rightarrow y = 5$$

آمار: وقتی می خواهیم درباره ی موضوعی تحقیق کنیم نیاز به اطلاعاتی داریم که به آن داده می گویند. داده ها به صورت ارقام یا کلمات توصیفی هستند پس از به دست آوردن اطلاعات و جدول بندب و تحلیل و تفسیر باید نتیجه گیری کنیم. آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام است.

علم آمار: مجموعه روش هایی که شامل:

(۱) جمع آوری اطلاعات

(۲) سازمان دهی

(۳) تحلیل و تفسیر

(۴) نتیجه گیری

(۵) قضاوت و پیش بینی مناسب

جامعه: به مجموعه ی تمام افرادی که تحقیق راجع به آن ها صورت می گیرد جامعه گویند. تعداد اعضای جامعه را اندازه یا **حجم جامعه** گویند.

مثال: وقتی در مورد نمرات ریاضی کلاس دهم مدرسه A صحبت می شود جامعه ی آماری کلاس دهم مدرسه A و اندازه و حجم آن دانش آموزان کلاس است.

نمونه: هرگاه اندازه ی جامعه به قدری بزرگ باشد که نتوان کل جامعه را بررسی کرد در این صورت قسمتی از جامعه را انتخاب که به آن نمونه گویند و همه ی ویژگی های جامعه را دارد.

سرشماری: اگر مطالعه ی جامعه به گونه ای باشد که کل جامعه بررسی شود به این حالت سرشماری گویند.

مثال: در یک کارخانه تولیدی قطعات خودرو روزانه ۱۰۰/۰۰۰ قطعه تولید گروه کنترل کیفیت ۱۰۰۰ قطعه را انتخاب و کیفیت را ارائه می دهد.

جامعه	اندازه جامعه	نمونه	اندازه نمونه	ویژگی مورد بررسی
قطعات خودرو	۱۰۰/۰۰۰	قطعات انتخابی	۱۰۰۰	کیفیت قطعات

متغیر: یک شاخصه و ویژگی از همه ی اعضای جامعه یکسان نیست و از عضو به عضو دیگر تغییر می کند و عددی که به این ویژگی اختصاص می یابد مقدار متغیر است.

متغیر ها بر دو نوع هستند. الف) کمی ب) کیفی

متغیرهای کمی: متغیرها و ویژگی هایی که قابل اندازه گیری هستند.

متغیرهای کیفی: متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند.

متغیرهای کمی ۲ نوع است:

کمی گسسته: متغیرهایی که مقدار به خود می گیرند ← تعداد کارمندان

کمی پیوسته: متغیرهایی که در یک بازه بین ۲ عدد a تا b قرار دارند ← قد دانش آموزان

متغیرهای کیفی ۲ نوع است:

کیفی ترتیبی: متغیرهایی که دارای مرحله و ترتیب است ← تحصیلات دانشگاهی

کیفی اسمی: که قابل اندازه گیری نباشد و ترتیب نداشته باشد ← جنسیت زن و مرد

مثال: نوع متغیرهای زیر را معلوم کنید.

(۱) نوع آلاینده‌گی هوا ← کیفی اسمی

(۲) فاصله ← کمی پیوسته

(۳) مقام‌های ورزشکار ← کیفی ترتیبی

(۴) سال تولید خودرو ← کمی گسسته

